

Estadística y Procesos Estocásticos

Tema 2: Variables Aleatorias

Grado en Ingeniería en Tecnologías de la Telecomunicación

A detailed illustration of a satellite in space. The satellite is white and cylindrical with two large solar panel arrays extending from its sides. It has two large parabolic antennas at the rear. In the background, a large, bright sun is visible, creating a lens flare effect. The sun is partially obscured by the edge of a planet, which is shown as a dark, curved horizon. The overall scene is set against a black background.

9. Variables Aleatorias con Octave/Matlab.



Distribuciones de Probabilidad en octave/matlab

Distribuciones de Probabilidad en octave/matlab

El programa octave (o matlab) dispone de múltiples funciones para calcular valores de las funciones de densidad o distribución de muchas variables aleatorias de uso común, así como para calcular sus cuantiles o para generar valores aleatorios de dichas distribuciones.

En general todas estas funciones comparten un término común (por ejemplo **bin** para la distribución binomial), seguido de la terminación:

- **pdf** (*probability density function*) para la función de densidad de probabilidad.
- **cdf** (*cumulative density function*) para la función de distribución de probabilidad.
- **inv** para el cálculo de los cuantiles (valores inversos de la función de distribución).
- **rnd** (*random*) para la generación de valores aleatorios con dicha distribución.

Distribuciones de Probabilidad en octave/matlab

Esta tabla resume las funciones de uso más común:

Distribución	Func. Densidad	Func. Distribución	Cuantiles
Binomial	binopdf	binocdf	binoinv
Exponential	exppdf	expcdf	expinv
Gamma	gampdf	gamcdf	gaminv
Normal	normpdf	normcdf	norminv
Poisson	poisspdf	poisscdf	poissinv
Uniform	unifpdf	unifcdf	unifinv
Weibull	wblpdf	wblcdf	wblinv

Distribuciones de Probabilidad en octave/matlab: Binomial

- $X \approx B(8, 0.6) : P(X = 4)$

```
binopdf(4,8,0.6)
```

```
>> ans = 0.23224
```

- $X \approx B(8, 0.6) : P(X \leq 4)$

```
binocdf(4,8,0.6)
```

```
>> ans = 0.40591
```

- $X \approx B(8, 0.6)$: Percentil 25

```
binoinv(0.25,8,0.6)
```

```
>> ans = 4
```

- $X \approx B(8, 0.6)$: Percentil 50

```
binoinv(0.5,8,0.6)
```

```
>> ans = 5
```

Distribuciones de Probabilidad en octave/matlab: Poisson

- $X \approx P(5) : P(X = 3)$

```
poisspdf(3,5)
```

```
>> ans = 0.14037
```

- $X \approx P(5) : P(X \leq 3)$

```
poisscdf(3,5)
```

```
>> ans = 0.26503
```

- $X \approx P(5)$: Percentil 20

```
poissinv(0.2,5)
```

```
>> ans = 3
```

- $X \approx P(5)$: Percentil 75

```
poissinv(0.75,5)
```

```
>> ans = 6
```

Distribuciones de Probabilidad en octave/matlab: Uniforme

- $X \approx U(1, 5) : f(3)$

```
unifpdf(3,1,5)
```

```
>> ans = 0.25000
```

- $X \approx U(1, 5) : F(3) = P(X \leq 3)$

```
unifcdf(3,1,5)
```

```
>> ans = 0.50000
```

- $X \approx U(1, 5)$: Percentil 30

```
unifinv(0.3,1,5)
```

```
>> ans = 2.2000
```

- $X \approx U(1, 5)$: Percentil 90

```
unifinv(0.9,1,5)
```

```
>> ans = 4.6000
```


Distribuciones de Probabilidad en octave/matlab: Exponencial

- $X \approx \text{exp}(3) : f(1)$

```
exppdf(1,1/3)
```

```
>> ans = 0.14936
```

- $X \approx \text{exp}(3) : F(1) = P(X \leq 1)$

```
expcdf(1,1/3)
```

```
>> ans = 0.95021
```

- $X \approx \text{exp}(3)$: Percentil 10

```
expinv(0.10,1/3)
```

```
>> ans = 0.035120
```

- $X \approx \text{exp}(3)$: percentil 95

```
expcdf(0.95,1/3)
```

```
>> ans = 0.94216
```

Distribuciones de Probabilidad en octave/matlab: Weibull

- $X \approx Weibull(\mu = 30, \kappa = 2)$
Densidad: $f(20)$

```
wblpdf(20,30,2)
```

```
>> ans = 0.028497
```

- $X \approx Weibull(\mu = 30, \kappa = 2)$:
 $F(20) = P(X \leq 20)$

```
wblcdf(20,30,2)
```

```
>> ans = 0.35882
```

- $X \approx Weibull(\mu = 30, \kappa = 2)$:
Percentil 5

```
wblinv(0.05,30,2)
```

```
>> ans = 6.7944
```

- $X \approx Weibull(\mu = 30, \kappa = 2)$:
Percentil 80

```
wblinv(0.80,30,2)
```

```
>> ans = 38.059
```

Distribuciones de Probabilidad en octave/matlab: Normal

- $X \approx N(0, 1) : f(1.5)$

```
normpdf(1.5,0,1)
```

```
>> ans = 0.12952
```

- $X \approx N(0, 1) :$
 $F(1.5) = P(X \leq 1.5)$

```
normcdf(1.5,0,1)
```

```
>> ans = 0.93319
```

- $X \approx N(0, 1)$: Percentil 2.5

```
norminv(0.025,0,1)
```

```
>> ans = -1.9600
```

- $X \approx N(0, 1)$: Percentil 97.5

```
norminv(0.975,0,1)
```

```
>> ans = 1.9600
```

Simulación de variables aleatorias

Simulación de variables aleatorias

Una de las propiedades más interesantes de la distribución uniforme es que sirve de base para **simular** variables aleatorias que tengan otras distribuciones de probabilidad.

El fundamento teórico para ello lo proporciona el siguiente:

Teorema: Sea $F(x)$ una función de distribución acumulativa continua y estrictamente creciente y sea $U \approx U[0, 1]$. Entonces, la variable aleatoria $X = F^{-1}(U)$ tiene a $F(x)$ como función de distribución.

De esta forma, *si disponemos de algún mecanismo para simular valores con distribución uniforme*, podemos utilizarlo para simular valores de otras distribuciones.

Simulación de valores con distribución $U[0, 1]$ usando la calculadora.

La mayoría de las calculadoras científicas ofrecen la posibilidad de generar valores aleatorios con distribución uniforme en $[0, 1]$.



Habitualmente ello se consigue simplemente pulsando las teclas **SHIFT RAN#**

Simulación de valores con distribución $U[a, b]$ en octave/matlab

El programa **octave/matlab** dispone de la función **unifrnd** para generar valores aleatorios con distribución uniforme en $(0, 1)$.

Concretamente, la sintaxis **unifrnd(a,b,[m n])** indica a octave que debe generar una matriz de dimensión $m \times n$ cuyos valores son aleatorios con distribución $U[a, b]$

Por ejemplo, para generar un vector con 10 valores aleatorios de dicha distribución escribimos:

```
unifrnd(0,1,[1 10])

>> ans =
>>
>> Columns 1 through 7:
>>
>>    0.388576    0.615473    0.811938    0.184502    0.896606    0.600498    0.827
>>
>> Columns 8 through 10:
>>
>>    0.577019    0.085283    0.120251
```

Simulación de variables aleatorias con distribución no uniforme.

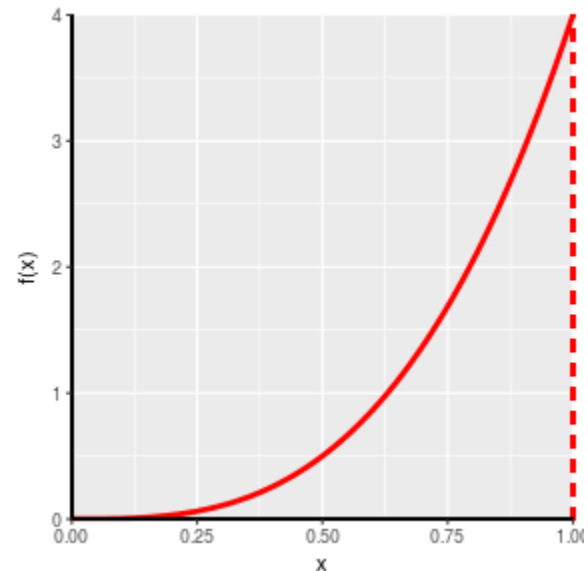
Ejemplo:

Se desea simular n valores de una variable aleatoria X con función de distribución:

$$F(x) = x^4 : 0 \leq x \leq 1$$

La función de densidad en este caso es:

$$f(x) = 4x^3, \quad 0 \leq x \leq 1$$



Esta función de densidad nos indica que una simulación correcta debe producir más valores entre 0.75 y 1 (región más probable) que entre 0 y 0.25 (región poco probable).

Simulación de variables aleatorias con distribución no uniforme.

Ejemplo:

El procedimiento a seguir para simular esta variable aleatoria es el siguiente:

[1] Calculamos la función inversa $F^{-1}(u)$:

Para ello tengamos en cuenta que si $u = F(x) \Rightarrow x = F^{-1}(u)$. Entonces:

$$F(x) = x^4 \Rightarrow u = x^4 \Rightarrow x = u^{1/4} \Rightarrow F^{-1}(u) = u^{1/4}$$

[2] Simulamos n valores u_1, u_2, \dots, u_n con distribución uniforme en $[0, 1]$

[3] Calculamos los n valores x_1, x_2, \dots, x_n mediante $x_i = F^{-1}(u_i) = u_i^{1/4}$. Los valores x_1, x_2, \dots, x_n así obtenidos tienen la distribución $F(x)$

Simulación de variables aleatorias con calculadora. Ejemplo:

Para simular n valores de la distribución $F(x)$ anterior utilizando la calculadora:



1. Obtenemos un número aleatorio uniforme en $[0, 1]$ pulsando las teclas **SHIFT RAN#**
2. Lo convertimos en un valor de la distribución $F(x)$ mediante $x = F^{-1}(u) = u^{1/4}$
3. Repetimos los pasos 1 y 2 anteriores n veces.

Simulación de variables aleatorias con octave/matlab. Ejemplo:

```
n=1000;  
U=unifrnd(0,1,[1,n]);  
X=U.^(1/4);  
hist(X);  
ylabel("Frecuencia");  
title("Histograma de valores de X");
```

	X
1	0.7278952
2	0.9606978
3	0.8702249
4	0.9363500
5	0.8663119
6	0.7269789
7	0.8156554
8	0.8724505
9	0.8218989
10	0.8075675
⋮	⋮

